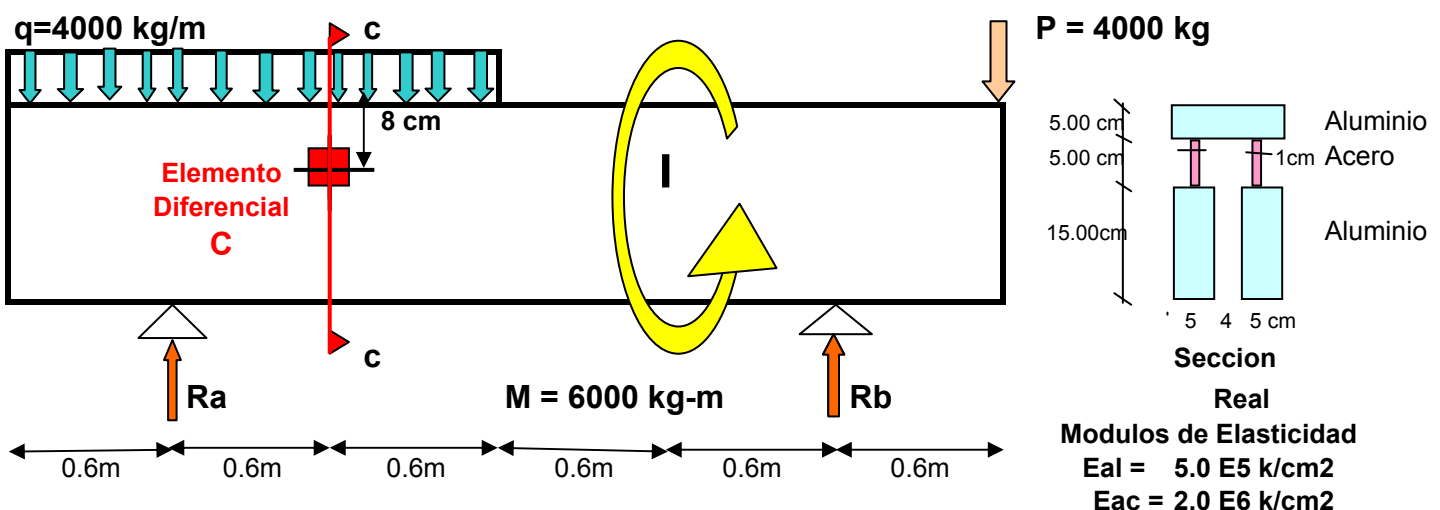


**EJERCICIO No 1**

Sea la viga de sección compuesta mostrada en la figura:

1. Para la sección ( c – c ) diagrama las Tensiones Normales ( $\sigma_{c-c}$ ) y las Tensiones Cortantes ( $\tau_{c-c}$ )
2. Para el elemento diferencial “C” determinar el estado tensional respecto a los ejes (X, Y), Dibujar el elemento diferencial mostrando el estado tensional en sus caras.
3. Mediante el método grafico numérico del circulo de Mohr determinar para el elemento diferencial “C” lo siguiente:
  - 3.1. Estado Tensional Principal, Dibujar el elemento diferencial Mostrando el estado tensional en sus caras.
  - 3.2. Estado Tensional Para Corte Máximo y Mínimo, Dibujar el Elemento diferencial mostrando el estado tensional en sus caras.
  - 3.3. Estado tensional para plano  $\phi_{x-1} = -60^\circ$  y su plano complementario, Dibujar el elemento diferencial mostrando el estado tensional en sus cara
4. Mediante el Método analítico comprueba los resultados del inciso “ 3 “



## Solucion

### 1. Diagramas de Tensiones Normales y Cortantes para la seccion c - c

#### 1.1. Calculo de solicitaciones en la seccion c - c

##### 1.1.1. Calculo de reacciones

$$\sum M_a = 0$$

$$q \times 1.8 \times 0.3 - M + p \times 3.0 - R_b \times 2.4 = 0$$

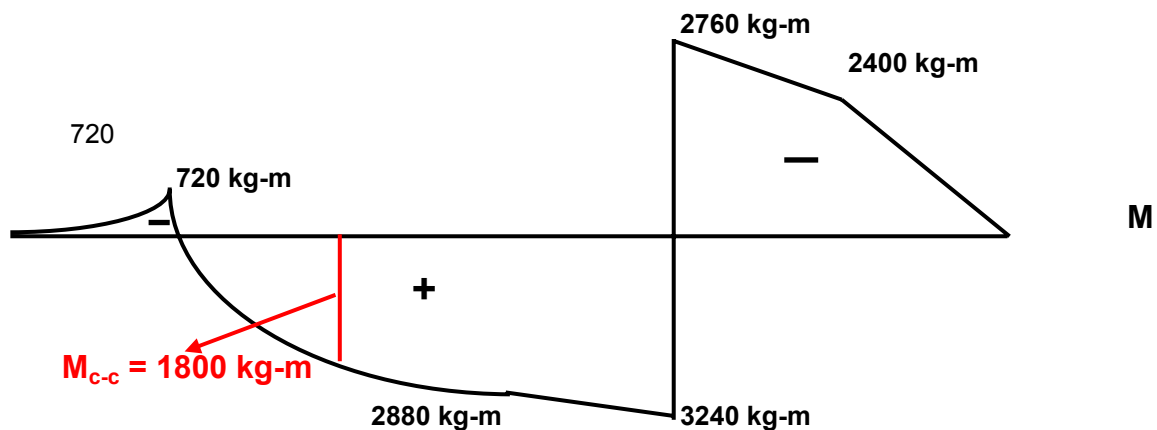
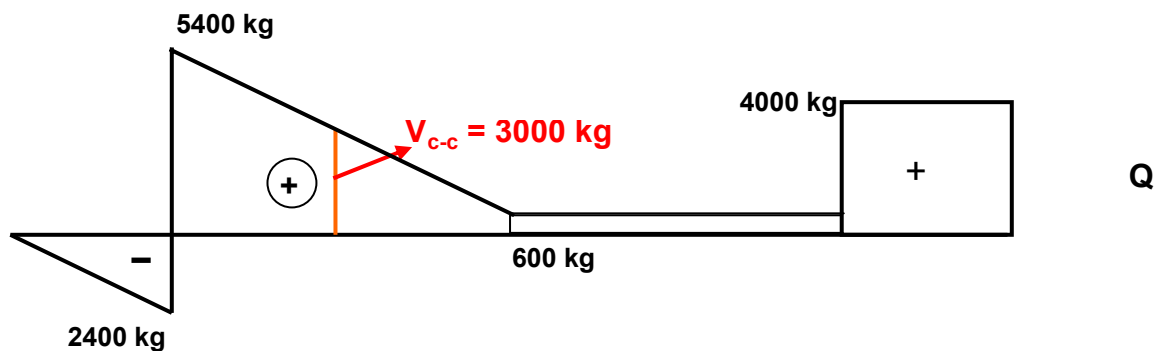
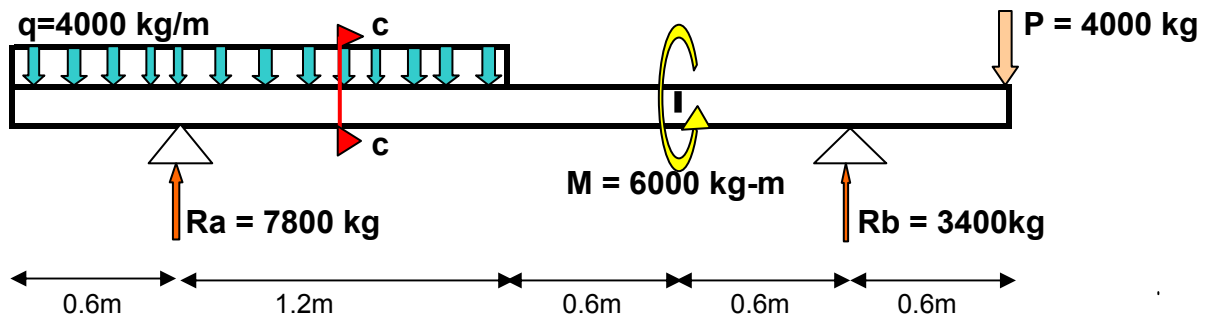
$$\longrightarrow R_b = 3400 \text{ kg} \quad \uparrow$$

$$\sum V = 0$$

$$R_a + R_b - q \times 1.8 - p = 0$$

$$\longrightarrow R_a = 7800 \text{ kg} \quad \uparrow$$

##### 1.1.2. Diagramas M y Q



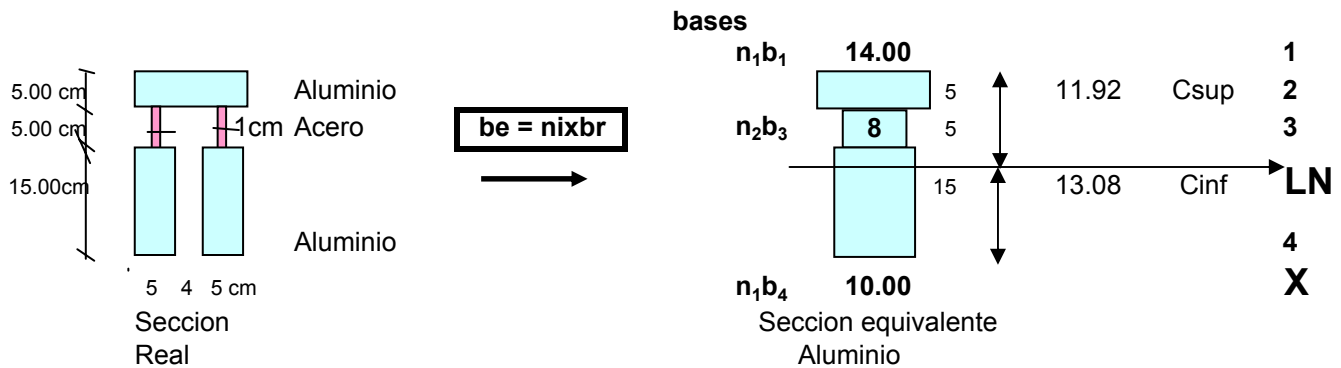
$$V_{c-c} = -q \times 1.2 + R_a = 3000 \text{ kg}$$

$$M_{c-c} = -q \times 1.2 \times 0.6 + R_a \times 0.6 = 1800.00 \text{ kg-m}$$

## 1.2 Transformacion de la seccion real en seccion equivalente

$$n_1 = E_{al} / E_{al} = 1.00$$

$$n_2 = E_{ac} / E_{al} = 4.00$$

 $be = nixbr$  Ecc. de Transformacion a seccion equivalente


## 1.3. Ubicación línea neutra en Seccion Equivalente

$$C_{inf} = \frac{A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$C_{inf} = 13.08 \text{ cm}$$

$$C_{sup} = 11.92 \text{ cm}$$

Areas	h	b	Yi	Ai	Igi	di=(Cinf - Yi)	Ini
F1	15.00	10.00	7.50	150.00	2812.50	5.58	7477.81
F2	5.00	8.00	17.50	40.00	83.33	-4.42	865.88
F3	5.00	14.00	22.50	70.00	145.83	-9.42	6361.44
25.00		260.00		14705.13			

## 1.4 Calculo de inercia en la línea neutra en la seccion Eequivalente

$$I_{nT} = I_{n1} + I_{n2} + I_{n3}$$

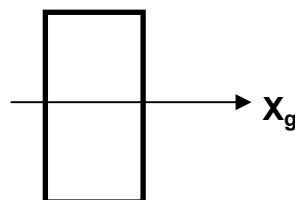
$$\text{Steiner} \quad I_{ni} = I_{gi} + A_i d_i^2$$

$$I_{n1} = 7477.81$$

$$I_{n2} = 865.88$$

$$I_{n3} = 6361.44$$

$$I_{nt} = 14705.13$$


 Inercia baricentrica del rectangulo  
 $I_g = bh^3/12$

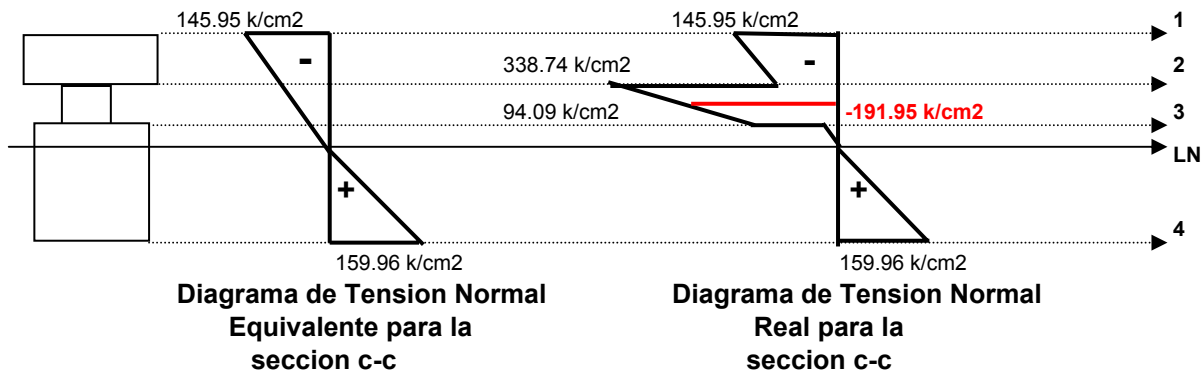
## 1.5. Calculo de Tensiones normales en la seccion c - c

$$\sigma_e = \frac{M_{c-c} C_i}{I_{nt}} \quad \text{Tension normal equivalente}$$

$$\sigma_r = n_i \sigma_e \quad \text{Tension normal real}$$

Seccion c-c	M <sub>c-c</sub> k-m	C <sub>i</sub> cm	I <sub>nt</sub> cm <sup>4</sup>	σ <sub>e</sub> k/cm2	n <sub>i</sub>	σ <sub>r</sub> k/cm2
1	1800.00	11.92	14705.13	-145.95	1.00	-145.95
2s	1800.00	6.92	14715.13	-84.69	1.00	-84.69
2i	1800.00	6.92	14715.13	-84.69	4.00	-338.74
C	1800.00	3.92	14715.13	-47.99	4.00	-191.95
3s	1800.00	1.92	14715.13	-23.52	4.00	-94.09
3i	1800.00	1.92	14715.13	-23.52	1.00	-23.52
Ln	1800.00	0.00	14715.13	0.00	1.00	0.00
4	1800.00	13.08	14715.13	159.96	1.00	159.96

## 1.6. Diagramas de Tensiones Nomales



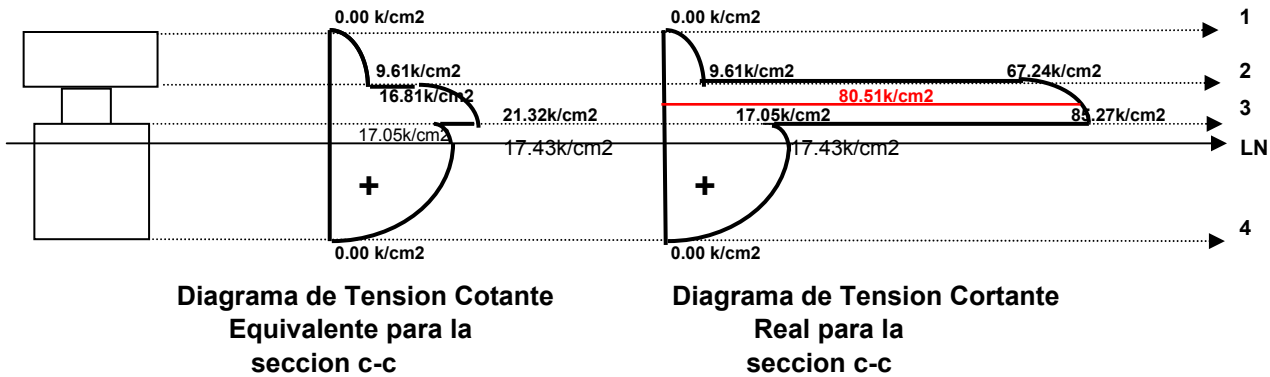
## 1.7. Calculo de Tensiones de Corte en la seccion c - c

$$\tau_e = \frac{V_{c-c} M_e}{b_i I_{nt}} \quad \text{Tension cortante equivalente}$$

$$\tau_r = n_i \tau_e \quad \text{Tension cortante real}$$

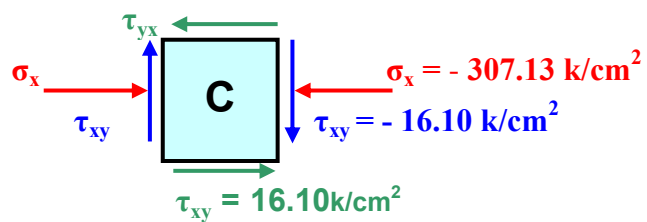
Seccion	V <sub>c-c</sub>	M <sub>e</sub>	I <sub>nt</sub>	b <sub>e</sub>	τ <sub>e</sub>	n <sub>i</sub>	τ <sub>r</sub>
1	3000.00	0.00	14705.13	14.00	0.00	1.00	0.00
2s	3000.00	659.62	14715.13	14.00	9.61	1.00	9.61
2i	3000.00	659.62	14715.13	8	16.81	4.00	67.24
C	3000.00	789.77	14715.13	8	20.13	4.00	80.51
3s	3000.00	836.54	14715.13	8	21.32	4.00	85.27
3i	3000.00	836.54	14715.13	10	17.05	1.00	17.05
Ln	3000.00	855.03	14715.13	10	17.43	1.00	17.43
4	3000.00	0.00	14715.13	10	0.00	1.00	0.00

## 1.8. Diagramas de Tensiones de Corte en la seccion c - c



## 2. Estado Tensional del elemento diferencial " C " respecto a lo ejes (X,Y)

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -191.95 && \text{k/cm}^2 \\ \sigma_y &= 0.00 && \text{k/cm}^2 \\ \tau_{xy} &= 80.51 && \text{k/cm}^2 \\ \tau_{yx} &= -80.51 && \text{k/cm}^2\end{aligned}$$

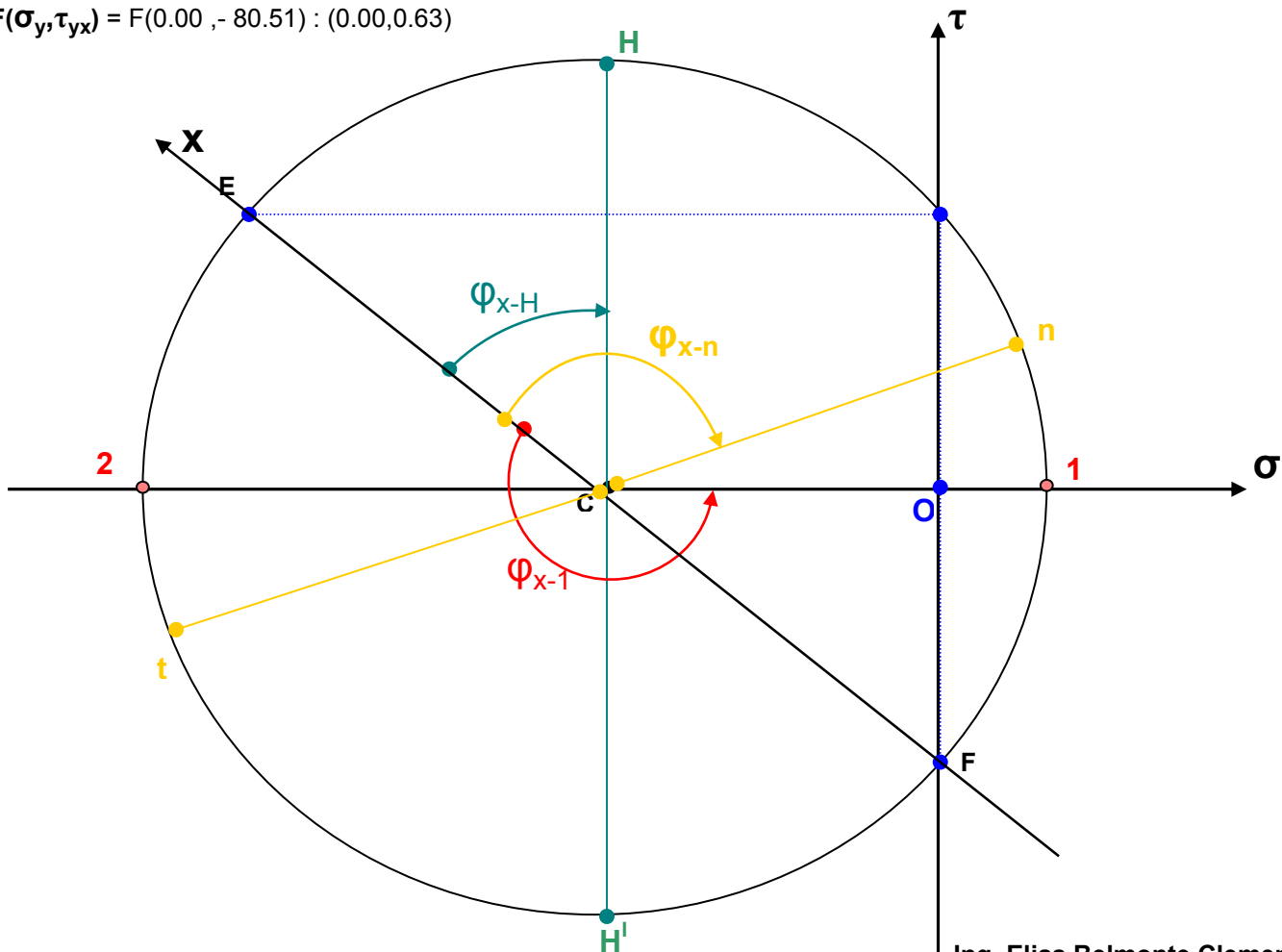


## 3. Solucion a planos oblicuos por el metodo grafico numerico del Circulo de Mohr

$$E(\sigma_x, \tau_{xy}) = E(-191.95, 80.51) : (-9.19, 3.86)$$

esc 1cm:20.879k/cm<sup>2</sup>

$$F(\sigma_y, \tau_{yx}) = F(0.00, -80.51) : (0.00, 0.63)$$



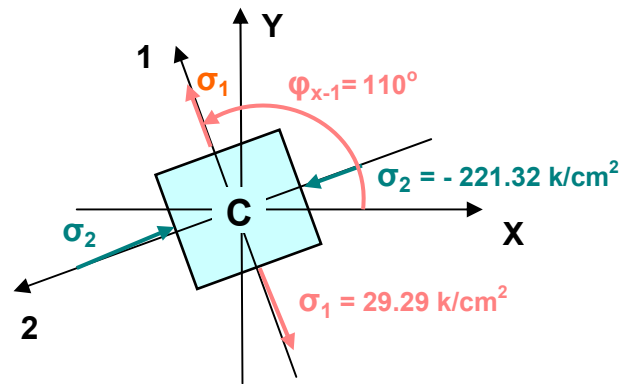
### 3.1 Estados Tensionales Principales

Esc 1cm : 20.879k/cm<sup>2</sup>

$$\sigma_1 = 1.40\text{cm} \times \text{Esc} = 29.29 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = -10.6\text{cm} \times \text{Esc} = -221.32 \text{ kg/cm}^2$$

$$2\varphi_{x-1} = 220^\circ \longrightarrow \varphi_{x-1} = 110^\circ$$



### 3.2 Estado Tensional Corte maximo y Corte minimo

Esc 1cm : 20.879k/cm<sup>2</sup>

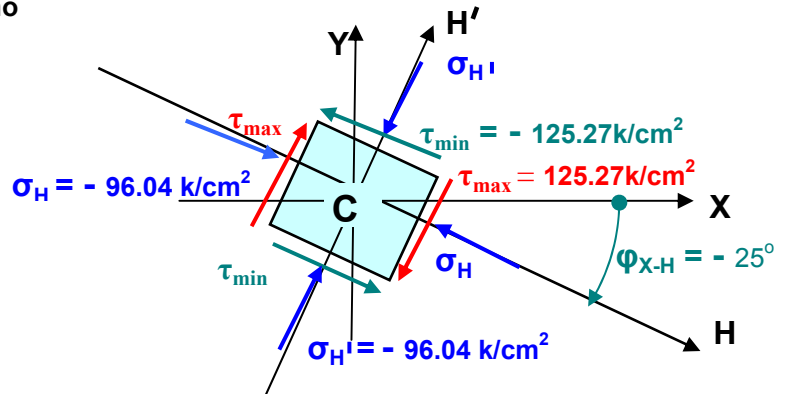
$$\tau_{\max} = 6.00\text{cm} \times \text{Esc} = 125.27 \text{ k/cm}^2$$

$$\tau_{\min} = -6.00\text{cm} \times \text{Esc} = -125.27 \text{ k/cm}^2$$

$$\sigma_H = -4.60\text{cm} \times \text{Esc} = -96.04 \text{ k/cm}^2$$

$$\sigma_{H'} = -4.60\text{cm} \times \text{Esc} = -96.04 \text{ k/cm}^2$$

$$2\varphi_{X-H} = -50^\circ \longrightarrow \varphi_{X-H} = -25^\circ$$



### 3.3 Estado Tensional para $\varphi_{X-n} = -60^\circ$ y su plano complementario

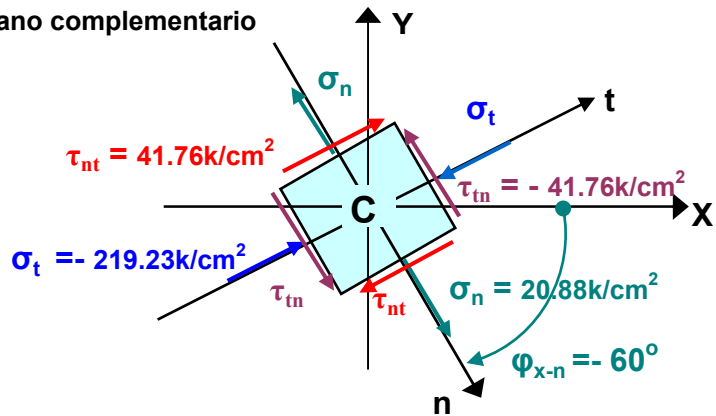
Esc 1cm : 20.879k/cm<sup>2</sup>

$$\sigma_n = 1.00\text{cm} \times \text{Esc} = 20.88 \text{ k/cm}^2$$

$$\tau_{nt} = 2.00\text{cm} \times \text{Esc} = 41.76 \text{ k/cm}^2$$

$$\sigma_t = -10.5\text{cm} \times \text{Esc} = -219.23 \text{ k/cm}^2$$

$$\tau_{tn} = -2.00\text{cm} \times \text{Esc} = -41.76 \text{ k/cm}^2$$



## 4. Solucion a planos oblicuos por el metodo Analitico

### 4.1 Estados Tensionales Principales

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \longrightarrow \sigma_1 = 29.29 \text{ k/cm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \longrightarrow \sigma_2 = -221.25 \text{ k/cm}^2$$

$$\tan 2\varphi_{x-2} = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = 0.8389 \longrightarrow 2\varphi_{x-2} = +39.99^\circ \longrightarrow \varphi_{x-2} = +20^\circ$$

$$\varphi_{X-1} = \varphi_{x-2} + 90^\circ \longrightarrow \varphi_{X-1} = +110^\circ$$

## 3.2 Estado Tensional Corte maximo y Corte minimo

$$\tau_{\max} = + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \longrightarrow \tau_{\max} = 125.27 \text{ k/cm}^2$$

$$\tau_{\min} = - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \longrightarrow \tau_{\min} = - 125.27 \text{ k/cm}^2$$

$$\sigma_H = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \longrightarrow \sigma_H = - 95.98 \text{ k/cm}^2$$

$$\sigma_{H'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \longrightarrow \sigma_{H'} = - 95.98 \text{ k/cm}^2$$

$$\varphi_{X-H} = \varphi_{x-2} - 45^\circ \longrightarrow \varphi_{X-H} = - 25^\circ$$

3.3 Estado Tensional para  $\varphi_{X-n} = - 60^\circ$  y su plano complementario3.3.1. Para  $\varphi_{X-n} = - 60^\circ$ 

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi_{X-n} - \tau_{xy} \sin 2\varphi_{X-n} \longrightarrow \sigma_n = 21.73 \text{ k/cm}^2$$

$$\tau_{nt} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi_{X-n} + \tau_{xy} \cos 2\varphi_{X-n} \longrightarrow \tau_{nt} = 42.87 \text{ k/cm}^2$$

3.3.2. Para el plano complementario  $\varphi_{X-t} = \varphi_{X-n} + 90^\circ = 30^\circ$ 

$$\sigma_t = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi_{X-t} - \tau_{xy} \sin 2\varphi_{X-t} \longrightarrow \sigma_t = - 213.68 \text{ k/cm}^2$$

$$\tau_{tn} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi_{X-t} + \tau_{xy} \cos 2\varphi_{X-t} \longrightarrow \tau_{tn} = - 42.87 \text{ k/cm}^2$$